Выведем формулу, с помощью которой можно рассчитать проекцию вектора перемещения тела, движущегося прямолинейно и равноускоренно, за любой промежуток времени. Для этого обратимся к рисунку 14. Как на рисунке 14, а, так и на рисунке 14, 6 отрезок АС представляет собой график проекции вектора скорости тела, движущегося с постоянным ускорением а (при начальной скорости v0).

Напомним, что при прямолинейном равномерном движении тела проекция вектора перемещения, совершённого этим телом, определяется по той же формуле, что и площадь прямоугольника, заключённого под графиком проекции вектора скорости (см. рис. 6). Поэтому проекция вектора перемещения численно равна площади этого прямоугольника.

Докажем, что и в случае прямолинейного равноускоренного движения проекцию вектора перемещения sx можно определять по той же формуле, что и площадь фигуры, заключённой между графиком АС, осью Ot и отрезками ОА и ВС, т.е. что и в этом случае проекция вектора перемещения численно равна площади фигуры под графиком скорости. Для этого на оси Ot (см. рис. 14, а) выделим маленький промежуток времени db. Из точек d и Ь проведём перпендикуляры к оси Ot до их пересечения с графиком проекции вектора скорости в точках а и с.

Таким образом, за промежуток времени, соответствующий отрезку db, скорость тела меняется от vах до vсх.

За достаточно малый промежуток времени проекция вектора скорости меняется очень незначительно. Поэтому движение тела в течение этого промежутка времени мало отличается от равномерного, т.е. от движения с постоянной скоростью.

В этом случае участок ас графика можно считать горизонтальным, а полоску acbd - прямоугольником. Значит, площадь этой полоски численно равна проекции вектора перемещения за промежуток времени, соответствующий отрезку db.

На такие полоски можно разбить всю площадь фигуры ОАСВ, являющейся трапецией. Следовательно, проекция вектора перемещения xs за промежуток времени, соответствующий отрезку ОВ, численно равна площади S трапеции ОАСВ и определяется по той же формуле, что и эта площадь.

Согласно правилу, приведённому в школьных курсах геометрии, площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту. Из рисунка 14, 6 видно, что основаниями трапеции ОАСВ являются отрезки ОА = v0x и ВС = xv , а высотой - отрезок ОВ = t . Следовательно,

Таким образом, мы получили формулу для расчёта проекции вектора перемещения при равноускоренном движении.

По этой же формуле рассчитывают проекцию вектора перемещения и при движении тела с уменьшающейся по модулю скоростью, только в этом случае векторы скорости и ускорения будут направлены в противоположные стороны, поэтому их проекции будут иметь разные знаки.